



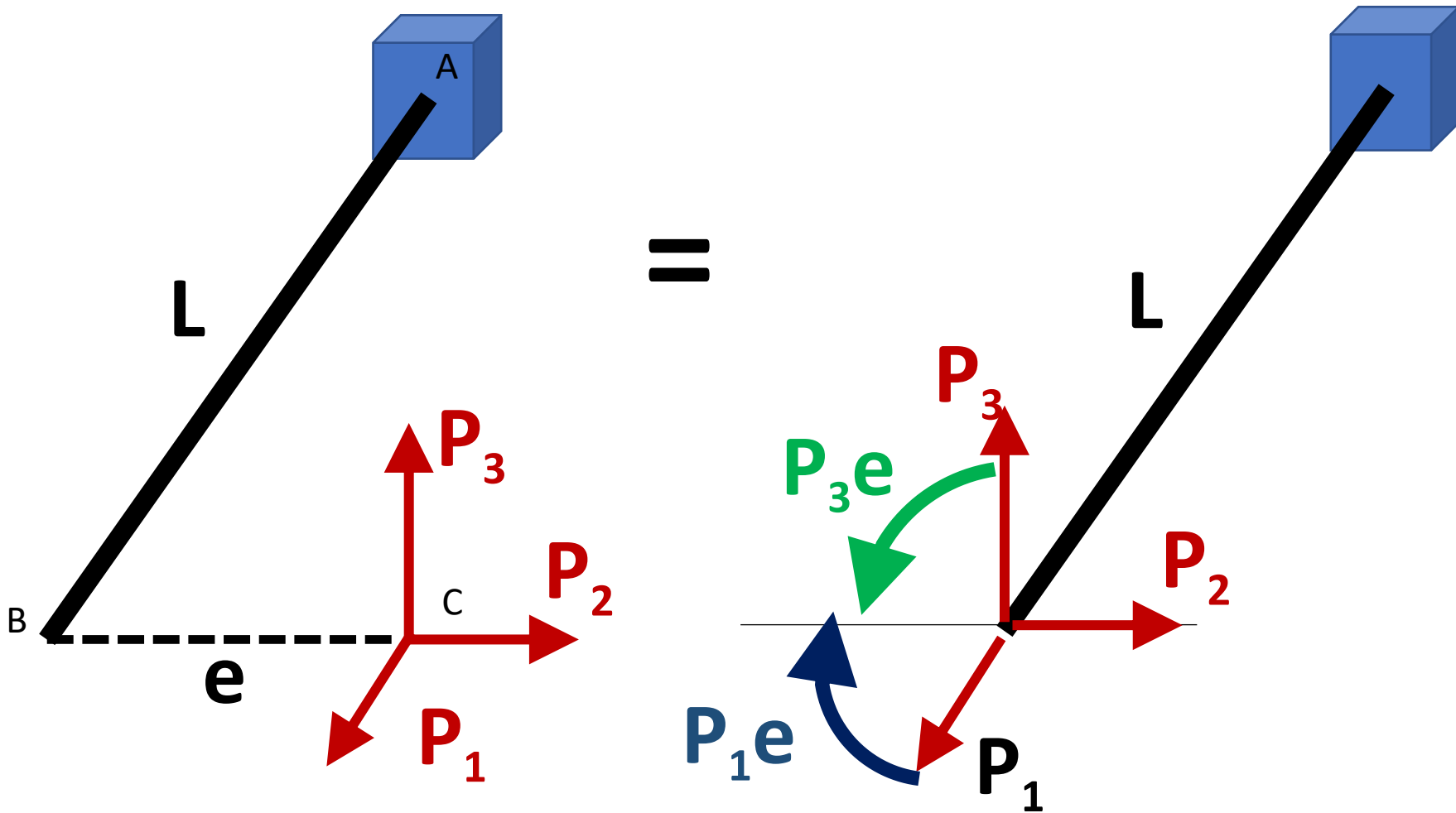
Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji



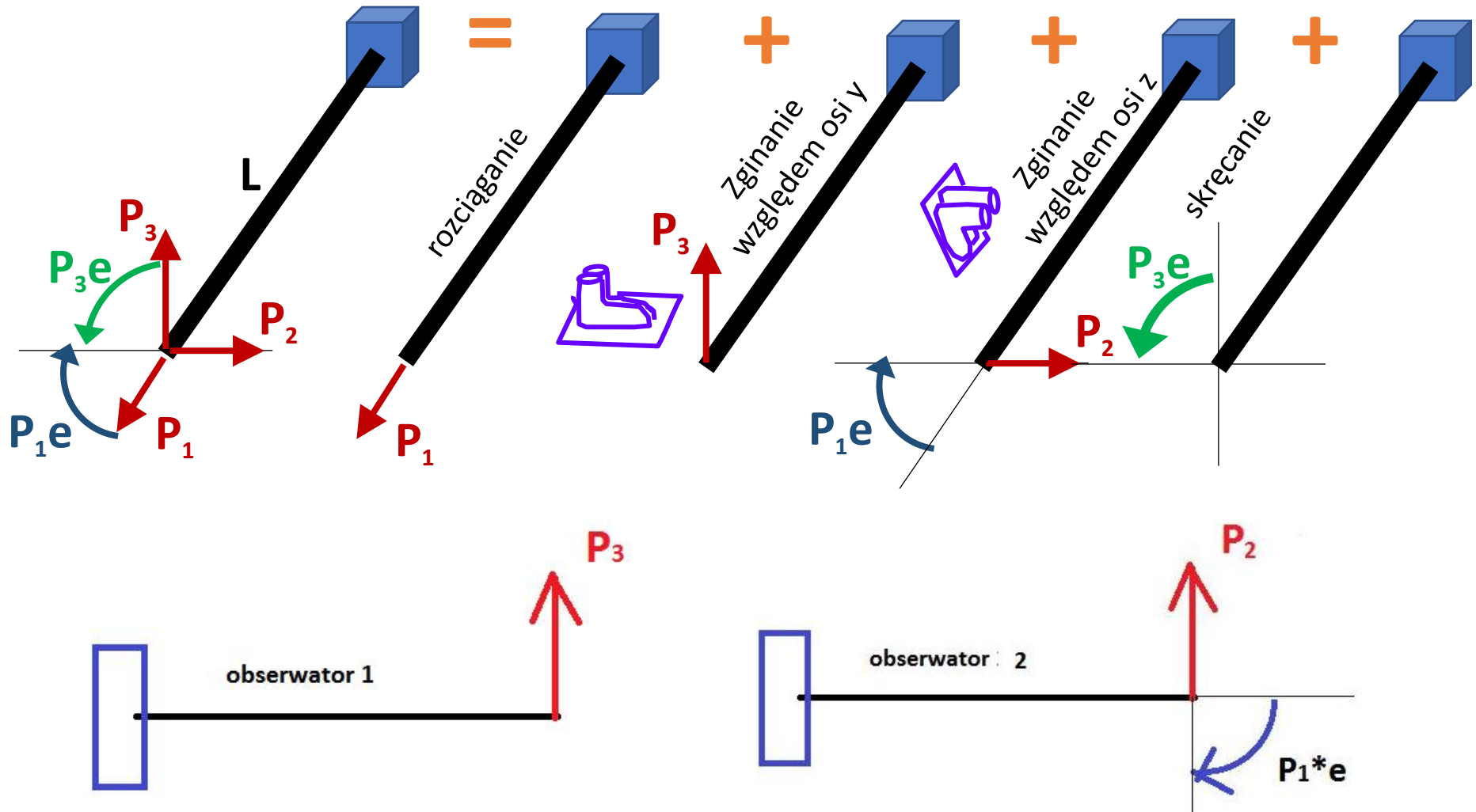
Ćwiczenia 12

Wytrzymałość złożona pręta

Redukcja obciążenia do osi pręta



Superpozycja stanów obciążenia



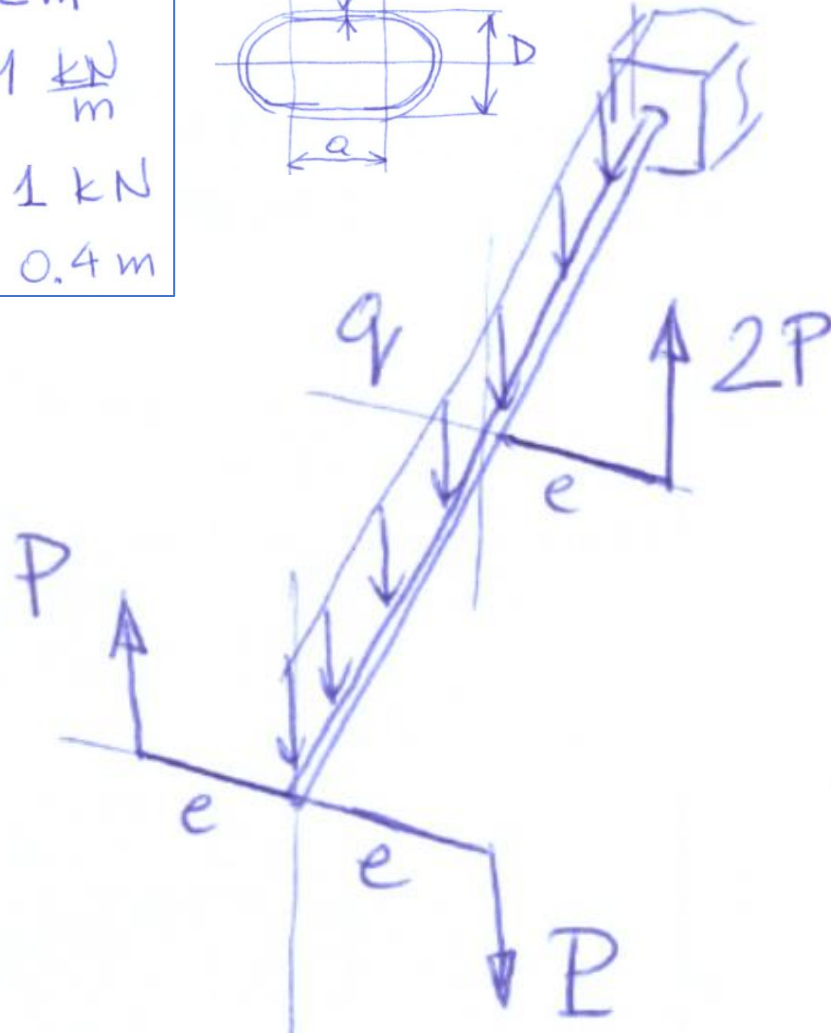
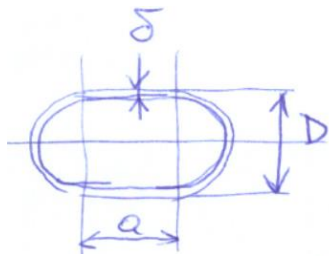
Zadanie 12.2

$$L = 2 \text{ m}$$

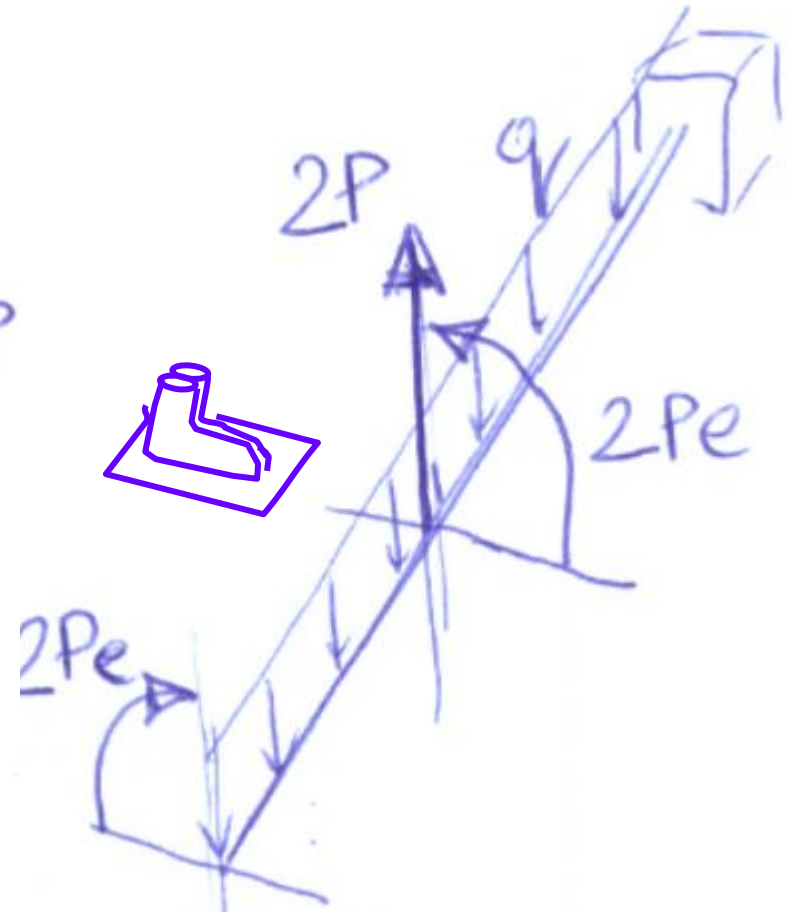
$$q = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P = 1 \text{ kN}$$

$$e = 0.4 \text{ m}$$

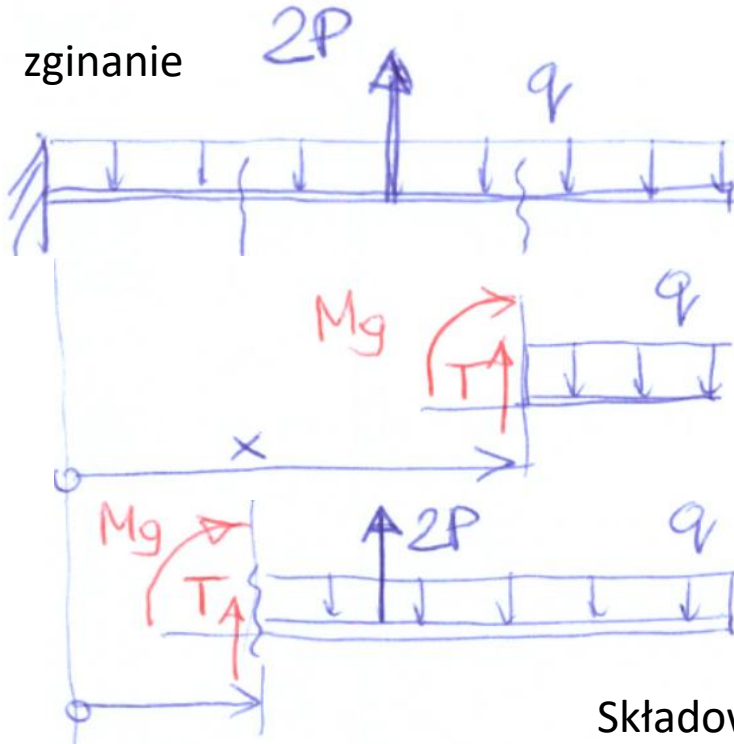


Redukcja obciążenia do osi pręta

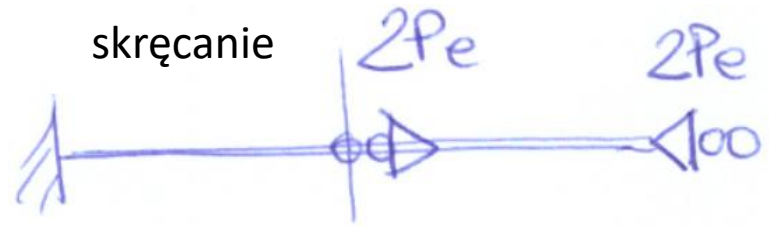


Superpozycja stanów obciążenia

zginanie



skręcanie



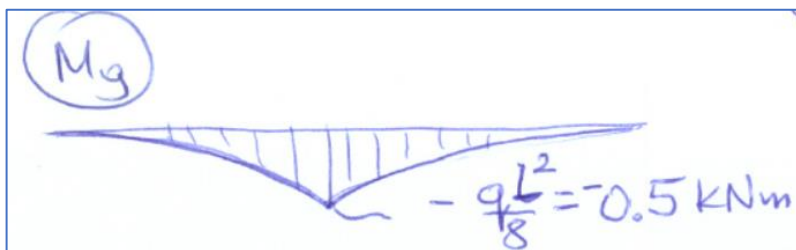
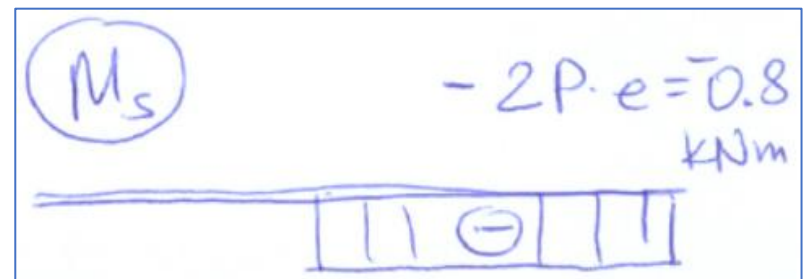
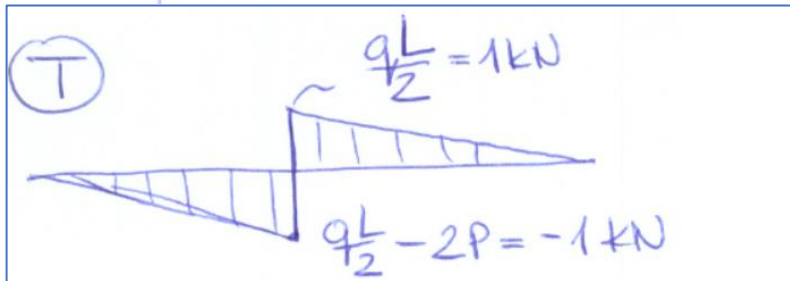
$$T = q(L-x)$$

$$M_g = -\frac{q(L-x)^2}{2}$$

$$T = q(L-x) - 2P$$

$$M_g = -\frac{q(L-x)^2}{2} + 2P(\frac{L}{2}-x)$$

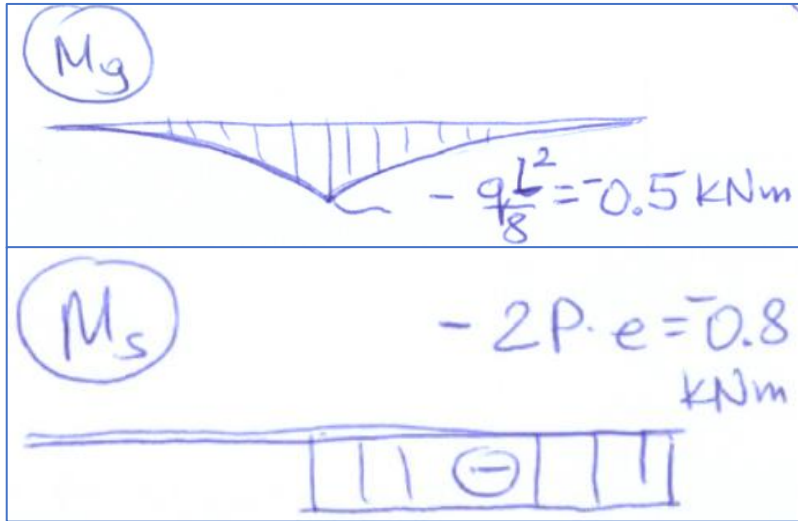
Składowe wysiłki przekroju



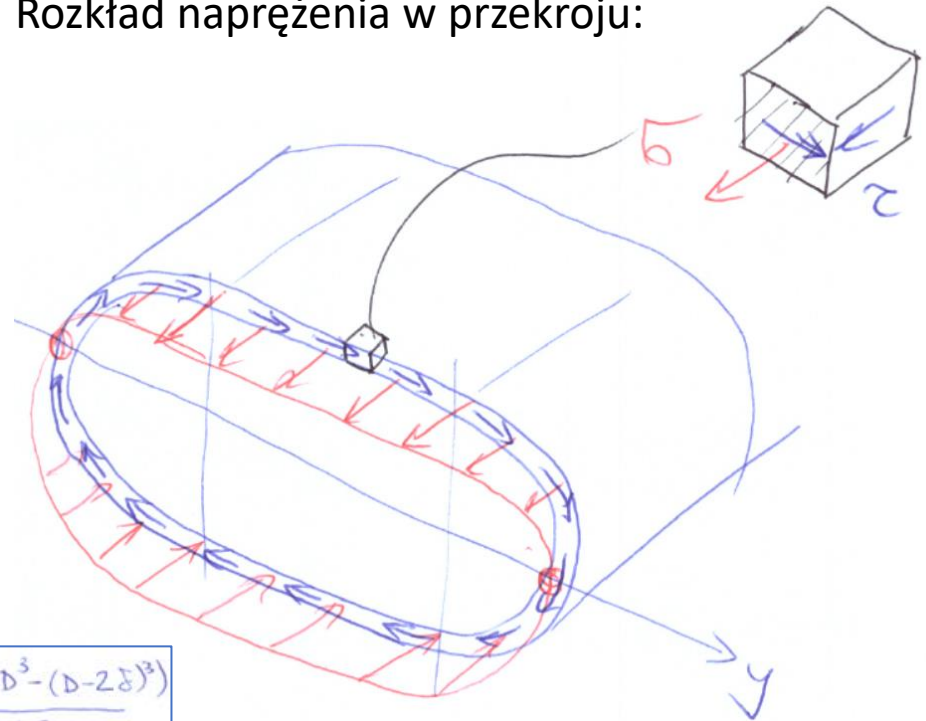
Najbardziej wyężony przekrój:

$x = \frac{L}{2}^+$	$M_g = -500 \text{ Nm}$
	$M_s = -800 \text{ Nm}$

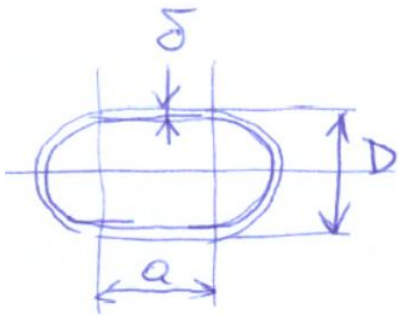
Składowe wysiłku przekroju



Rozkład naprężenia w przekroju:



Charakterystyki przekroju:



$$J_y = \frac{\pi(D^4 - (D-2\delta)^4)}{64} + \frac{a(D^3 - (D-2\delta)^3)}{12}$$

$$W_y = \frac{J_y}{D/2}$$

$$F = \frac{\pi(D-\delta)^2}{4} + a(D-\delta)$$

Najbardziej wyężony przekrój:

$$x = \frac{L}{2}^+ :$$

$$M_g = -500 \text{ Nm}$$

$$M_s = -800 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{\text{extr}} = \frac{M_g}{W_y}$$

$$\tau_{\text{extr}} = \frac{M_s}{2F\delta}$$

$$\sigma_{\text{red}}^{\text{II}} = \sqrt{\delta^2 + 3\tau^2}$$

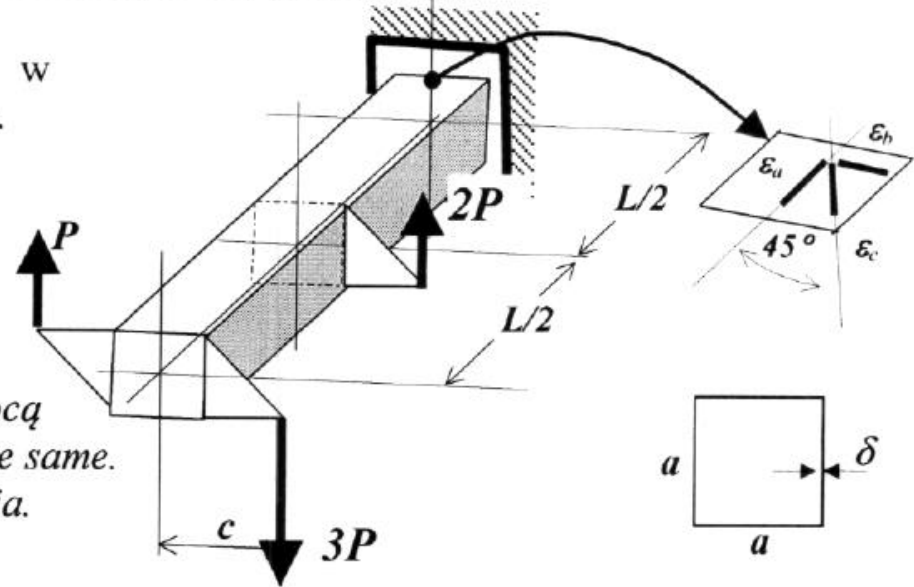
Zadanie 12.3

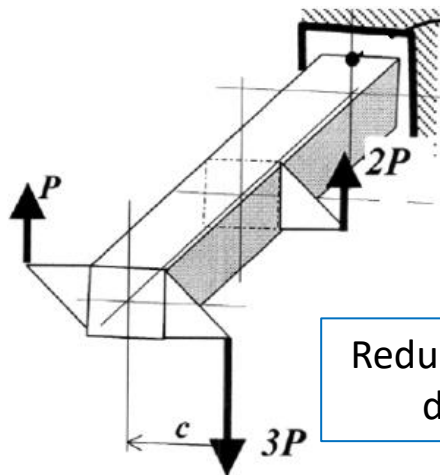
Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane (*wartość i punkt w konstrukcji*),
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

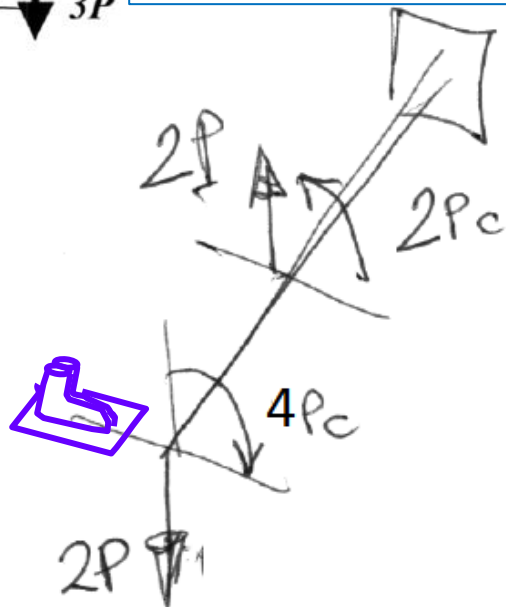
Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.4\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$,
 $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

Uwaga: Wszystkie siły wprowadzona są za pomocą żeber, a ich odległości od osi rury są takie same. Przyjąć mechanizm swobodnego skręcania.

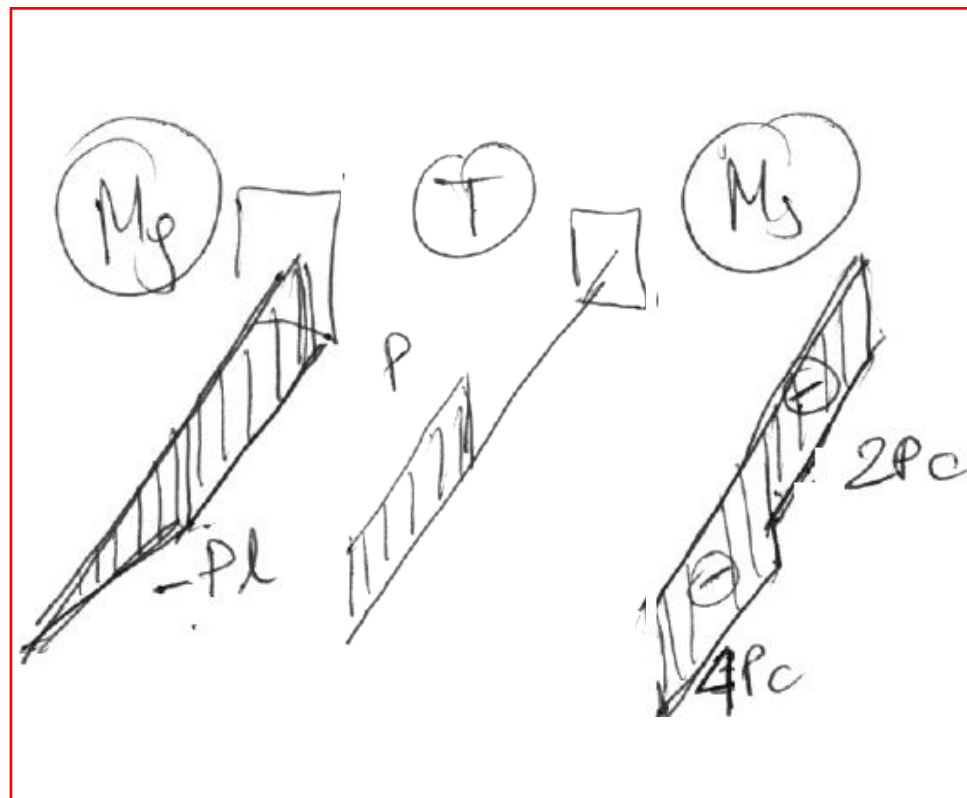




Redukcja obciążenia do osi pręta



Składowe wysiłku przekroju:



Charakterystyki przekroju:

$$J_y = 2 \times \left(\frac{\delta e^3}{12} + a \delta \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^2 \right) = \frac{\delta e^3}{6} + \frac{a^3 \delta}{2} = \frac{2}{8} a^3 \delta = \underline{667 \text{ cm}^4}$$

$$W_y = \frac{J_y}{e/2} = \frac{667}{5} = \underline{13,3 \text{ cm}^3}$$

$$F = a^2 = 0,1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ mm}^2$$

Najbardziej wyężony przekrój:

$$x = \frac{l}{2}$$

$$\sigma = \frac{Pl}{W_y} = \frac{1000 \cdot 4}{13,3} = 75 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{M_s}{F \delta} = \frac{4 P e}{2 F \delta} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,001} = \underline{80 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \underline{158 \text{ MPa}}$$

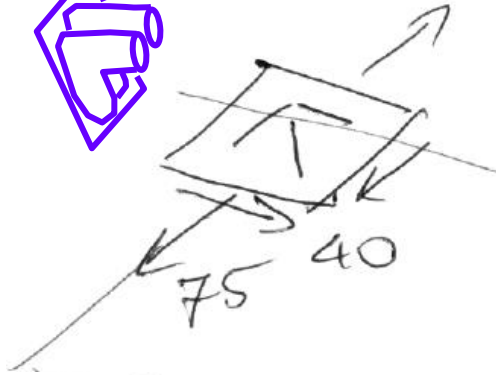
Stan wyężenia w przekroju $x=0$:

$$\textcircled{6} \neq \frac{pL}{W_H} = 75 \text{ MRe}$$

$$\textcircled{2} = \frac{2p_c}{2FS} = 40 \text{ MRe}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\sigma_{\text{sk}} = 102 \text{ MRe}}}$$

Wskazania rozetki tensometrów:



$$\textcircled{1} \neq \epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x = \frac{75}{2 \cdot 10^5} = \underline{\underline{0,375\%}}$$

$$\textcircled{6} \neq \epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_x = \underline{\underline{-0,1125\%}}$$

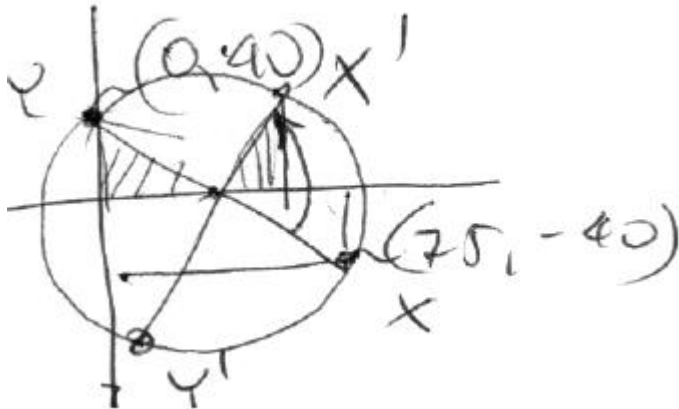
$$OA = \frac{75}{2} = 37,5 \text{ MRe}$$

$$\sigma_{x'} = OA + 40 = 77,5 \text{ MRe}$$

$$\sigma_{y'} = OA - 40 = -2,5 \text{ MRe}$$

$$\epsilon_c = \frac{1}{E} (\sigma_{x'} - \nu \sigma_{y'}) = \frac{1}{2 \cdot 10^5} (77,5 + 0,3 \cdot 2,5)$$

$$\boxed{\epsilon_c = 0,391\%}$$

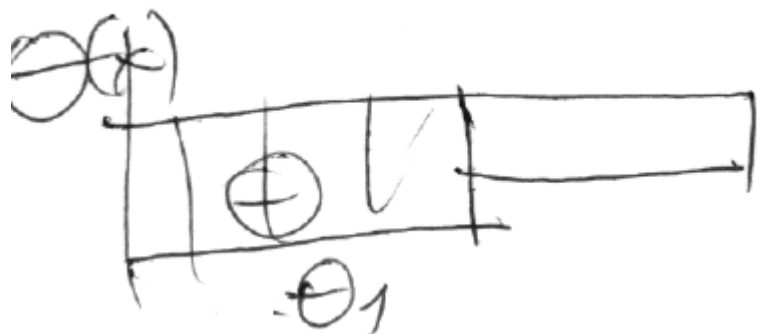


Kąt skręcenia:

$$\theta_1 = \frac{M_s}{4P^2 \cdot G} \int \frac{ds}{\delta} = \frac{-4Pc}{4P^2 \cdot G} \cdot \frac{4c}{\delta} = -0.0208 \text{ rad}$$

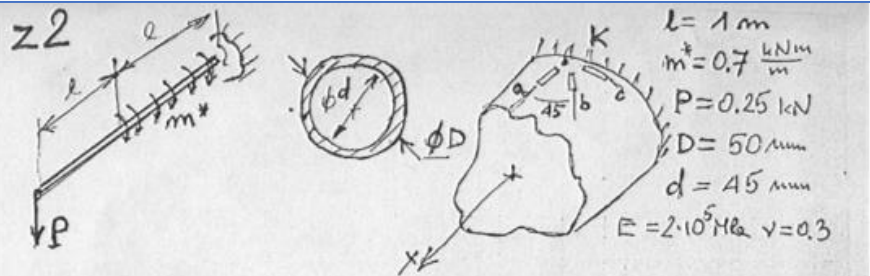
$$\theta_2 = -0.0104 \frac{\text{rad}}{2}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 7.68 \cdot 10^9 \text{ MPa}$$



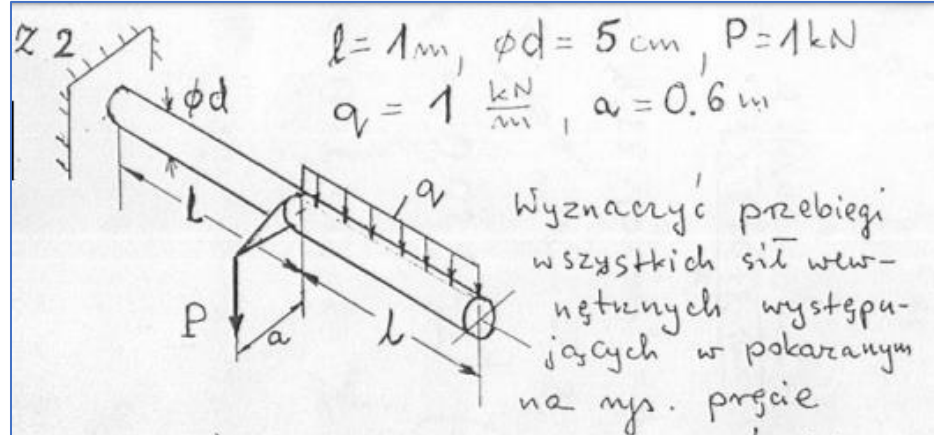
$$\theta_{\text{total}} = \theta_1 \cdot \frac{l}{2} + \theta_2 \cdot \frac{l}{2} = \underline{-0.0156 \text{ rad}} = \underline{-0.89^\circ}$$

Przykłady zadań



Pręt kotowy (mrowy), zamocowany jednym końcem w ścianie obciążono na potężnie długości stałym rydzelkiem m^* na skrajnie oraz siłą P na końcu swobodnym. W jakimś przekroju punkcie K przekroju utwierdzonego należąco rozetkę tensometryów jak na rys.

- Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych na on pręto.
- Obliczyć i pokazać na kostce elem. stan naprężenia w punkcie K .
- Wpisać i wskazać usłowania tensometryów w punkcie K .



o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć σ_{red} wg. hip. Hubera

Przykłady zadań

$l = 1.2 \text{ m}$, $a = 0.3 \text{ m}$, $P = 1 \text{ kN}$
 $d_z = 5 \text{ cm}$, $d_w = 4 \text{ cm}$, $m^* = 1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Utwierdzony w ścianie pręt „rurowy” obciążono siłą skupioną P i wydatkiem momentowym m^* (const.)

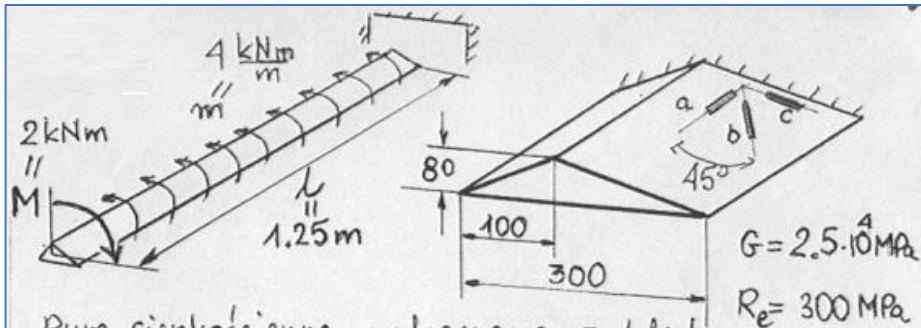
$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.3$

Wyznaczyć i narysować rozkłady M_s , M_g , T i Θ .
 Obliczyć σ_{red} oraz stan naprężenia w punkcie σ_{red}^{max} .
 Obliczyć wskazania rozetki typu $\begin{matrix} c_i \\ \swarrow 45^\circ \\ \downarrow \\ \swarrow a \\ x \end{matrix}$ w tym punkcie.

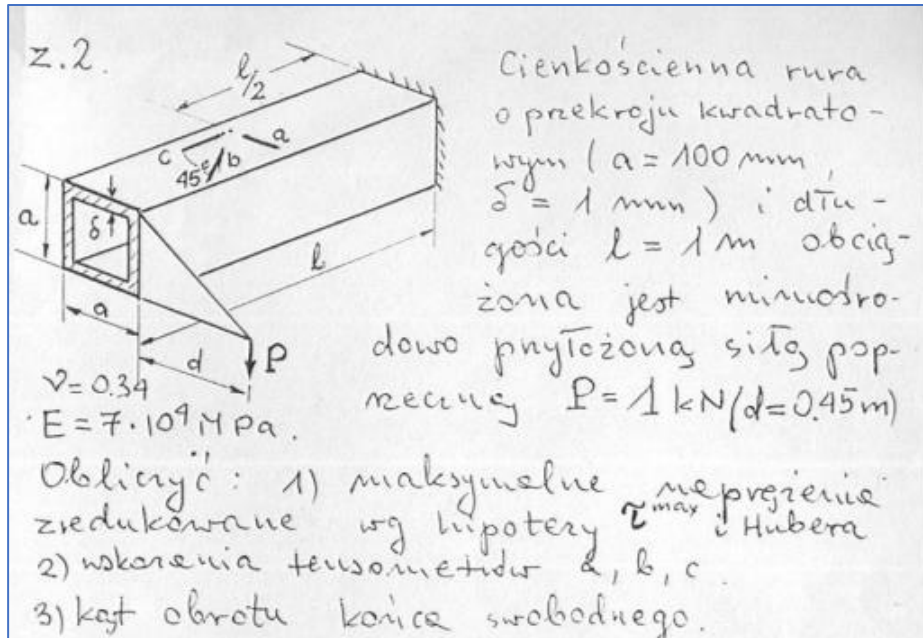
$l = 1 \text{ m}$, $\phi d = 5 \text{ cm}$, $P = 1 \text{ kN}$
 $q = 0.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 0.6 \text{ m}$

Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. przecięciu przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć σ_{red} wg. Hip. Hubera

Przykłady zadań



Rura cienkościenna wykonana z blady duralowej o grubości $\delta = 1 \text{ mm}$ obciążono na całej długości wydatkiem m i momentem skupionym M na końcu. Wyznaczyć: 1° wykres $M_s(x)$ 2° współcz. bezp. $n_e = R_e / \sigma_{\text{red}}^{\text{max}}$, 3° wskazania tensometrów a, b, c naklejonych blisko utwierdzenia 4° obrót końca swobodnego.

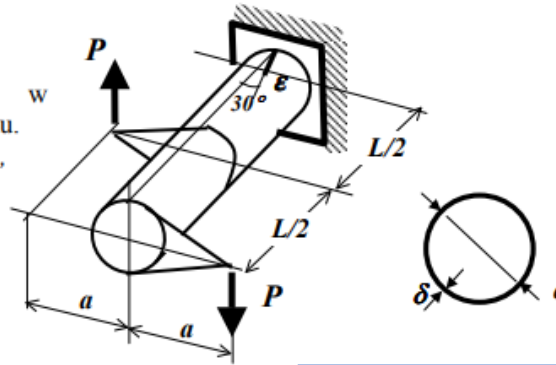


Przykłady zadań

Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometru naklejonego w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

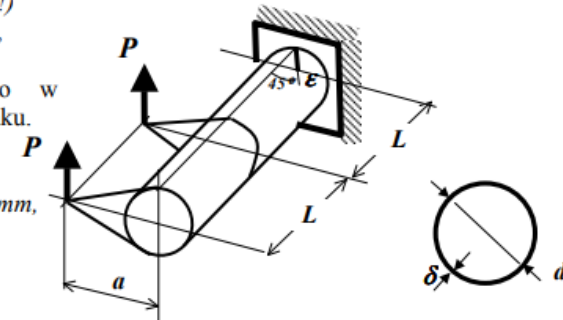
Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $a=0.4\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- Składowe wysiłki przekroju (*wykresy!*)
- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometru naklejonego w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

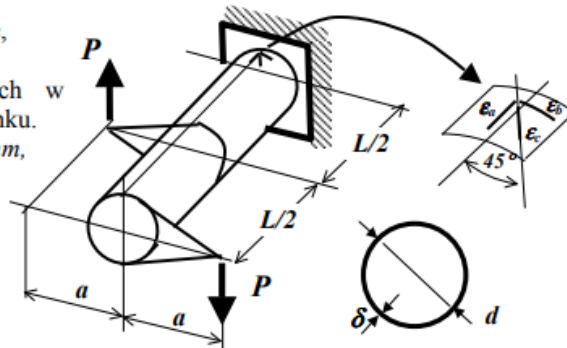
Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=0.5\text{ m}$, $a=0.5\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=2\text{ mm}$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $a=0.4\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



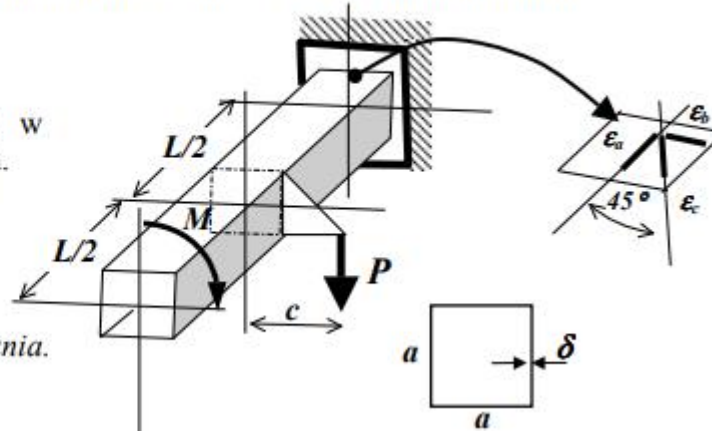
Przykłady zadań

Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=2\text{ kN}$, $M=0.4\text{ kNm}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.2\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

Uwaga: Przyjąć mechanizm swobodnego skręcenia.

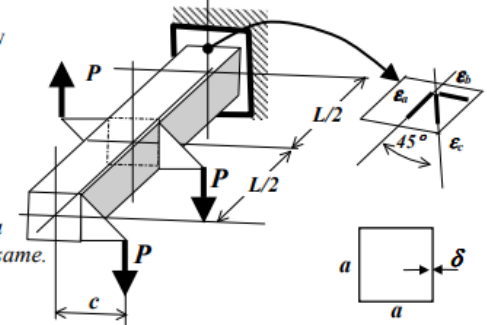


Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane (*wartość i punkt w konstrukcji*),
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.4\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

Uwaga: Wszystkie siły wprowadzona są za pomocą a i ich odległości od osi rury są takie same. Przyjąć mechanizm swobodnego skręcenia.



Zadanie 3. Rura cienkościenna obciążona jest parą momentów zginających M_1 i parą momentów skręcających M_2 . Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $L=4\text{ m}$, $H=200\text{ mm}$, $B=400\text{ mm}$, $\delta=5\text{ mm}$
 $M_1=M_2=20\text{ kNm}$, $E=7\cdot 10^4\text{ MPa}$, $\nu=0,32$

